

# CÁLCULO DEL ERROR DE COLIMACIÓN DE LA RETÍCULA EN LOS EJES HORIZONTAL Y VERTICAL DE UN TEODOLITO

Carlos Antonio Rivera Orozco <sup>(1)</sup>, Miguel Moreno Jasqui <sup>(2)</sup>, Neftali Pavel Montes de Oca Cortés <sup>(2)</sup>,  
María del Rosario Rodríguez Báez <sup>(1)</sup>

(1) Bufete de ingenieros industriales, S.C. Francisco Pimentel 4104 B Chihuahua, Chih, C.P. 31100  
Teléfono: 614- 419 3700; correo electrónico: info@bii.com.mx

(2) Abreco Topografía Puente de la Morena 88 Del. Benito Juárez, México D.F. C.P. 03800  
Teléfono: 55- 2614 9555; correo electrónico: miguel@abreco.com.mx

**Resumen:** La norma ISO 17123 parte 3, describe el procedimiento para realizar pruebas de precisión a los teodolitos; los cálculos de las varianzas se explican para cada eje, pero el cálculo del error de colimación de la retícula sólo se presenta para el eje vertical. Este trabajo presenta los ejercicios realizados para deducir el cálculo del error de colimación de la retícula en el eje horizontal y explica su utilidad para el ajuste, calibración y evaluación metrológica de los teodolitos.

## 1. INTRODUCCIÓN

El teodolito es un instrumento de medida integrado por los sistemas óptico y mecánico, algunos más nuevos incluyen un sistema electrónico con un dispositivo visualizador digital. En todos los casos, las mediciones de ángulo que se realizan tienen como referencia dos círculos unitarios perfectos, trazados sobre ejes ortogonales (horizontal y vertical) cuyos centros coinciden y están ubicados en la intersección de los ejes de movimiento del instrumento que, por diseño, tiene capacidad de tomar lecturas de un mismo punto en dos posiciones mutuamente complementarias primera (I) y segunda (II). Todo lo anterior proporciona al teodolito propiedades autoconsistentes sobre las que están diseñadas las pruebas y cálculos estadísticos en la norma ISO 17123 parte 3 [1].

El apartado 2 de este trabajo describe los enfoques de las pruebas de precisión del teodolito; también se presentan los ejercicios realizados para estudiar el concepto del “índice del error vertical”<sup>1</sup> (que se menciona en la norma) y la deducción de los cálculos para el “índice del error horizontal” (que no se menciona en la norma). El apartado 3 describe las pruebas realizadas en un instrumento intervenido y presenta los resultados de las pruebas en el laboratorio. El apartado 4 relaciona los conceptos de los “índices del error”, con los resultados de las pruebas de precisión y la expresión de la incertidumbre.

<sup>1</sup> La norma presenta este concepto como «vertical index error,  $\delta_v$ » [2], en el desarrollo del trabajo se explica la transición hacia el concepto «error de colimación de la retícula» que describe mejor su naturaleza.

Los estudios que soportan este trabajo se realizaron en sesiones celebradas en ABRECO entre octubre de 2010 y julio de 2011, utilizando como auxiliar un libro de Excel programado con los algoritmos de la norma 17123 – 3; las pruebas en el laboratorio se realizaron los días 15 y 21 de julio de 2011.

## 2. PRUEBAS DE PRECISIÓN ISO 17123 – 3

La norma describe los procedimientos para realizar en campo, pruebas de precisión; los procesos también son idóneos para realizarse en condiciones de laboratorio; aunque esto cambia el enfoque experimental y modifica el sentido de la información que se obtiene. El subapartado 2.1 describe con brevedad los enfoques de cada prueba, la **tabla 3** sintetiza las fuentes que aportan variabilidad bajo el arreglo seleccionado para el laboratorio de ABRECO. El subapartado 2.2 presenta el concepto «error de colimación de la retícula», para cada eje.

### 2.1. Enfoques de las pruebas de precisión

Como se indicó antes, la norma describe las pruebas en campo, con el objetivo de realizar la confirmación metrológica del teodolito. Bajo estas condiciones intervienen factores que aportan variabilidad como: (1) características del instrumento (**tabla 1**), (2) soporte del instrumento, (3) distribución de los puntos<sup>2</sup>, (4) visibilidad de los

<sup>2</sup> La prueba horizontal se realiza midiendo de 4 a 5 puntos distribuidos en el eje horizontal en una circunferencia imaginaria centrada en el teodolito, con radio entre (100 y 250) m; la prueba vertical se realiza midiendo 4 puntos distribuidos en el rango de 30 ° de una vertical a una distancia aproximada de 50 m

puntos y (5) condiciones ambientales (**tabla 2**). La norma indica que, a diferencia de las pruebas en campo, a las pruebas de laboratorio no les afectan las condiciones ambientales, pueden resultar más caras y ofrecen niveles de precisión mayores [3].

Característica	Efecto en la medición
Aumentos del telescopio	Legibilidad del punto
Resolución óptica	Precisión de colimación
Diseño de retícula	Exactitud de colimación
Resolución del indicador	Incertidumbre de lectura
Construcción del teodolito	Precisión de medida
Desgaste del sistema	Precisión de medida
Tripié (soporte)	Estabilidad al enfoque

**Tabla 1.** Características de diseño del teodolito que aportan variabilidad a la medición

Condiciones	Efecto en la medición
Humedad	Interferencia óptica por el vapor de agua en el ambiente
Temperatura	Interferencia óptica por efecto de la radiación solar
Distancia	Legibilidad del punto
Iluminación	Legibilidad del punto Legibilidad de escala (instrumentos mecánicos)

**Tabla 2.** Condiciones ambientales de campo que aportan variabilidad a la medición

Considerando lo anterior, las pruebas de precisión tienen enfoques que dependen del sitio dónde se realizan (independientemente del personal). En las pruebas de campo se privilegian las condiciones de uso particular, en las pruebas de laboratorio se privilegia el desempeño intrínseco del sistema de medida. Las pruebas de campo permiten conocer si el instrumento se ajusta para un fin propuesto sin discriminar las fuentes de variabilidad; las pruebas de laboratorio permiten conocer si el instrumento mantiene las características metrológicas bajo las cuales fue diseñado por discriminación de fuentes de variabilidad.

Para minimizar las fuentes de variabilidad aportadas por el instrumento y las fuentes aportadas por las condiciones ambientales, en ABRECO se habilitó un cuarto de pruebas en planta baja, climatizado, con iluminación uniforme; un pedestal fijado con firmeza

al suelo y dos juegos de colimadores (uno por cada eje); lo anterior permite suponer que las pruebas de precisión se realizan bajo las condiciones experimentales que se desglosan en la **tabla 3** donde se indican las fuentes de variabilidad cuyos residuales son despreciables.

Fuente de variabilidad	Despreciable
Aumentos del telescopio <sup>3</sup>	Sí
Resolución óptica <sup>3</sup>	Sí
Diseño de retícula <sup>3</sup>	Sí
Resolución del indicador	No
Construcción del teodolito	No
Desgaste del sistema	No
Tripié	Sí
Humedad	Sí
Temperatura	Sí
Distancia	Sí
Iluminación	Sí

**Tabla 3.** Fuentes de variabilidad del instrumento y ambientales en el laboratorio de ABRECO

## 2.2. Error de colimación de la retícula

La norma presenta el concepto «vertical index error» (**ecuación 1**) <sup>4</sup> con dos características particulares:

- Es independiente a la desviación estándar experimental.
- Conserva una orientación con respecto al valor de referencia, es decir, puede ser positivo o negativo.

Para comprender el concepto se buscaron, sin éxito, definiciones operativas en el cuerpo de la norma y en el vocabulario [5]; también llamó la atención que la norma no ofrece un equivalente para el índice del error horizontal. Mientras el tema permanecía

<sup>3</sup> Se desprecia esta fuente de variabilidad porque la habilitación de puntos se hace por medio de colimadores enfocados al infinito, con retículas simples e iluminación independiente LED lo que permite enfocar con nitidez la coincidencia de la cruz filar del colimador con la correspondiente del teodolito, independientemente del número de aumentos del telescopio y su resolución óptica.

<sup>4</sup> Estas ecuaciones se presentan como la ecuación 34 en la norma, salvo que no incluyen el subíndice “V” [4].

abierto, se realizaba la validación de los algoritmos en Excel que incluían los cálculos de la **ecuación 1** en los datos del eje vertical y los cálculos de los errores de las lecturas complementarias del mismo punto<sup>5</sup> como se muestra en la **ecuación 2**; al realizar el análisis de los datos se observó que los errores de las lecturas complementarias horizontales tenían el mismo comportamiento que los cálculos intermedios para el índice del error vertical y con esta evidencia se dedujo la **ecuación 3** como la correspondiente horizontal de la **ecuación 1**; es decir, el «horizontal index error».

$$\delta_{Vi} = \frac{1}{n \times t} + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} - 360^\circ}{2} \quad (1)$$

$$\delta_V = \frac{\sum_{i=1}^4 \delta_{Vi}}{4}$$

Donde  $\delta_{Vi}$  = índice de error vertical de la serie  $i$ ;  $n$  = número de juegos  $j$ ;  $t$  = número de objetivos  $k$  para la prueba;  $x_{j,k,I}$  = medición en el objetivo  $k$  de la serie  $j$  con el teodolito en posición  $I$ ;  $x_{j,k,II}$  = medición en el objetivo  $k$  de la serie  $j$  con el teodolito en posición  $II$ ;  $\delta_V$  = índice de error vertical del instrumento.

$$\begin{aligned} \text{Si } x_{j,k,I} < 180^\circ &\rightarrow e_k = x_{j,k,I} - x_{j,k,II} + 180^\circ \\ \text{Si } x_{j,k,I} \geq 180^\circ &\rightarrow e_k = x_{j,k,I} - x_{j,k,II} - 180^\circ \end{aligned} \quad (2)$$

Donde  $e_k$  = error de medida en el objetivo  $k$ .

$$\delta_{Hi} = \frac{1}{n \times t} + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^5 e_k \quad (3)$$

$$\delta_H = \frac{\sum_{k=1}^4 \delta_{Hi}}{4}$$

Donde  $\delta_{Hi}$  = índice de error horizontal de la serie  $i$ ;  $\delta_H$  = índice de error horizontal del instrumento. Es oportuno indicar que  $t = 4$  en la **ecuación 1**, pero  $t = 5$  en la **ecuación 3**; esto porque la norma ISO 17123-3 indica 4 objetivos para la prueba vertical y 5 para la prueba horizontal.

Resuelto lo anterior aún quedaba por identificar la fuente del error en el instrumento, al inicio se pensó

<sup>5</sup> Curiosamente el cálculo de los residuales para la desviación estándar experimental horizontal no requieren los errores por lectura complementaria del mismo punto, por lo que el laboratorio considera como una innovación al método la adición de este algoritmo.

que se trataba de la desviación de los ejes de rotación del teodolito, sin embargo se descartó la idea cuando por accidente se realizó una corrida de lecturas con un instrumento desajustado de la retícula y se observó en Excel un comportamiento constante en los errores de las lecturas complementarias. El experimento se repuso haciendo pruebas a un teodolito intervenido en la retícula por una desviación conocida en el eje horizontal y en el eje vertical; los resultados confirmaron que los «índices de error» de cada eje reportaban el valor del error inducido. Se concluyó que, por sus características, era más apropiado nombrar estos cálculos bajo el concepto «error de colimación de la retícula».

### 3. PRUEBAS DEL TEODOLITO INTERVENIDO

Para probar las deducciones del apartado 2.2 se realizaron pruebas de precisión en el laboratorio utilizando un teodolito intervenido por una desviación horizontal  $e_D$  que toma como referencia el desplazamiento de la retícula en primera posición, el objetivo del experimento era demostrar que los resultados de los cálculos eran similares al error inducido en la retícula, para lo cual se aplicó el proceso que sigue:

- 1\_ Alinear en cero, en primera posición, la retícula ajustada con la cruz filar del colimador.
- 2\_ Pasar a segunda posición por medio de la vuelta de campana del telescopio.
- 3\_ Alinear la retícula con el colimador  $k$ , en el dispositivo visualizador se lee  $x_{\cdot,k,II} = 180^\circ$
- 4\_ Desplazar el telescopio, en el eje horizontal, el ángulo deseado<sup>6</sup> para la desviación  $e_D$ ; en el dispositivo visualizador se lee  $x_{\cdot,k,II} = 180^\circ + e_D$
- 5\_ Ajustar la retícula (utilizando punzón) hasta alinear con la cruz filar del colimador; con esta acción se conserva la lectura  $x_{\cdot,k,II} = 180^\circ + e_D$  en el dispositivo visualizador.
- 6\_ Pasar a primera posición por medio de la vuelta de campana del telescopio.
- 7\_ Alinear la retícula intervenida con la cruz filar del colimador.

Con el proceso anterior el dispositivo visualizador debe presentar una lectura  $x_{\cdot,k,I} = 0^\circ - e_D$ ; el

<sup>6</sup> Si el desplazamiento en segunda posición es  $180^\circ - e_D$  el error inducido en primera posición se observa «desviado a la derecha», es decir, se trata de un error positivo; por lo tanto cuando el desplazamiento es  $180^\circ + e_D$  el error inducido es negativo.

algoritmo es similar para intervenir el instrumento para las pruebas en el eje vertical.

El 15 de julio de 2011 se realizaron 4 pruebas para el eje horizontal, el 21 de julio de 2011 se realizó una prueba para el eje vertical. Se eligieron valores  $e_D > 60'$ , lo suficientemente grande para reducir el efecto del error aleatorio. Los datos experimentales sólo se realizaron para el juego  $j = 1$ , los valores para los 2 juegos y las 4 series restantes se alimentaron con estos datos, los cálculos se realizaron en Excel con las **ecuaciones 1, 2 y 3**. Para las pruebas se usó el teodolito marca South Mod. ET-10 (n.s. T69417) con resolución de  $10''$  y con precisión –por diseño–  $\sigma_{THEO} = 10''$ .

La prueba de hipótesis queda como sigue:

$H_0$ : Si  $\delta_H \leq \Delta_- \cup \Delta_+ \leq \delta_H$  la ecuación 3 no es correcta.

$H_1$ : Si  $\Delta_- < \delta_H < \Delta_+$  la ecuación 3 es correcta.

Donde  $\Delta_-$  = límite inferior aceptado =  $e_D - 2\sigma_{THEO}$  ;  
 $\Delta_+$  = límite superior aceptado =  $e_D + 2\sigma_{THEO}$

La **tabla 4** presenta los resultados de las pruebas horizontales.

Teodolito	$e_D [']$	$\sigma_{THEO} [']$	$\delta_H [']$	$H_0$
ET-10	-120	10	-128	Falsa
ET-10	-60	10	-56	Falsa
ET-10	+ 60	10	74	Falsa
ET-10	+ 120	10	118	Falsa

**Tabla 4.** Resultados de las pruebas horizontales realizadas al teodolito el 2011-07-15

La prueba para el eje vertical se realizó con el mismo teodolito, con un error inducido de  $5'$ , los resultados se muestran en la **tabla 5**. En este caso no se realizó prueba de hipótesis por considerar que la **ecuación 1** está suficientemente validada;

$e_D$	$\sigma_{THEO}$	$\delta_V$
$5'$	$10''$	$4'53,8''$

**Tabla 5.** Resultados de las prueba vertical realizada al teodolito el 2011-07-21

#### 4. DISCUSIÓN

Los resultados del error de colimación de la retícula en los ejes horizontal y vertical corresponden a la evaluación del sesgo del instrumento que tiene como referencia el círculo unitario de cada eje.

Estas pruebas deben realizarse en campo como parte de buenas prácticas de medición para conocer desajustes del instrumento por mal uso o daños por transportación, en el entendido que las incertidumbres de los resultados serán mayores a las observadas en el laboratorio.

Por otra parte, las pruebas de laboratorio bajo estas condiciones son útiles para (1) calificar la idoneidad del instrumento de medida en términos de la exactitud requerida para un proyecto, (2) evaluar el desgaste del instrumento en el tiempo, (3) evaluar la efectividad del mantenimiento realizado al teodolito y el ajuste de la retícula.

#### 5. CONCLUSIONES

El conocimiento de los enfoques de las pruebas para teodolitos permite a los usuarios analizar la información que producen; conocer el origen del «error de colimación de la retícula» permite un mayor enfoque en el análisis de datos sobre el desempeño del teodolito en pruebas de campo (ajuste al fin propuesto) o pruebas de laboratorio (confirmación metroológica).

#### 6. REFERENCIAS

- [1] International Standard ISO 17123 – 3, Optics and optical instruments – Field procedures for testing geodetic and surveying instruments – Part 3: Theodolites, First Edition 2001-12-01, 21 p.
- [2] *Ibidem*, p. 9
- [3] *Ibidem*, apartado 4.1, párrafo 4, p.2
- [4] *Ibidem*, apartado 6.3, p.9
- [5] International Standard ISO 17123 – 1, Optics and optical instruments – Field procedures for testing geodetic and surveying instruments – Part 1: Theory, Second Edition 2010-10-15, 35 p.