

AUTOCONSISTENCIA, TRAZABILIDAD E INCERTIDUMBRE DEL ERROR DE COLIMACIÓN DE LA RETÍCULA DE UN TEODOLITO

Mario Dagoberto Díaz Orgaz ⁽¹⁾, Carlos Antonio Rivera Orozco ⁽²⁾, María del Rosario Rodríguez Báez ⁽²⁾

⁽¹⁾ Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial. Av. Playa Pie de la Cuesta No. 702. Desarrollo San Pablo, Querétaro Qro. Tel 442- 211 9800 mdiaz@cidesi.mx

⁽²⁾ Bufete de ingenieros industriales. Calle Francisco Pimentel No. 4104 B. Col. Las Granjas, Chihuahua, Chih. tel. 614- 419 3700 carlos@bii.mx; rosario@bii.mx

Resumen: Este trabajo propone que, bajo la norma 17123-3, el error de colimación de la retícula del teodolito es *producto de una calibración del error en cero* realizada bajo un procedimiento de medida primario con trazabilidad a ángulo plano, cuya incertidumbre tipo A se calcula con la información disponible.

1. INTRODUCCIÓN

Los teodolitos son sistemas de medida integrados con subsistemas ópticos y mecánicos, los más modernos con subsistemas electrónicos. Su principio de medida es la medición de ángulos en dos planos perpendiculares por medio de escalas circulares, esto permite tomar lecturas de los puntos en el espacio con respecto al origen que se forma con la convergencia de los ejes X , Y y Z .

El eje X corresponde al eje vertical que se proyecta desde el centro del círculo horizontal, el eje Y corresponde al eje horizontal que se proyecta desde el centro del círculo vertical, el eje Z corresponde al eje perpendicular a X y Y que se proyecta con el telescopio del teodolito. La **figura 1** [1] presenta este arreglo.

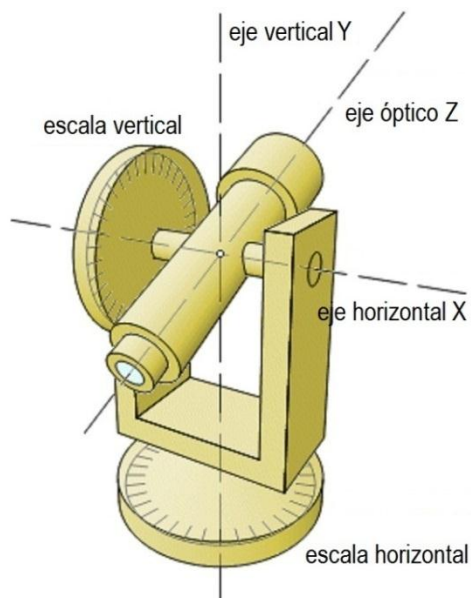


Fig. 1 Arreglo de los ejes X , Y y Z en el teodolito

Las propiedades metroológicas de los subsistemas pueden ser calibradas por métodos apropiados, por ejemplo la óptica del telescopio, desviaciones en diferentes puntos de las escalas horizontal y vertical, la perpendicularidad de los ejes.

Por su parte, la industria mantiene un enfoque integrado para la confirmación metroológica del teodolito al evaluarlo por medio de pruebas de repetibilidad descritas en la norma ISO 17123 parte 3.

Los autores de la referencia [2] demostraron que las pruebas bajo la norma 17123 parte 3 permite conocer el error de colimación de la retícula en los ejes vertical y horizontal.

Este trabajo propone que bajo la norma 17123-3 el error de colimación de la retícula del teodolito es producto de una calibración del error en cero realizada bajo un procedimiento de medida primario con trazabilidad al ángulo plano, cuya incertidumbre tipo A se calcula con la información disponible.

2. CALIBRACIÓN DEL ERROR EN CERO

La retícula es un dispositivo transparente y plano acoplado en el telescopio del teodolito. En el centro se forma una cruz con los ejes X y Y , conocida como cruz filar, el eje Z cruza por el origen y es perpendicular al plano X , Y .

La función de la retícula es fijar la cruz filar en el punto de interés que se desea medir. Los desplazamientos necesarios para visar el punto de interés y fijar la cruz filar son registrados en las escalas vertical y horizontal del teodolito, con esto se obtienen los valores medidos en las escalas horizontal y vertical.

Lo anterior ilustra la interacción de tres elementos de medida del teodolito: la retícula, la escala horizontal y la escala vertical.

La retícula no aporta valores escalares directos, pero sus desviaciones se manifiestan en las lecturas de los ejes horizontal y vertical, como lo demuestra la referencia [2].

Las desviaciones de la retícula corresponden al concepto error en cero del Vocabulario internacional de Metrología: “error en un punto de control cuando el valor medido especificado es igual a cero” [3], en este caso el valor medido es un punto en el espacio.

2.1. Autoconsistencia

El círculo es un objeto matemático que se produce al rotar un punto con respecto a un centro fijo hasta el momento que el punto regresa a la posición original, lo anterior tiene los valores conocidos que se muestran en la identidad (1) para diferentes sistemas de unidades.

$$rot = 2 \pi \text{ rad} = 360^\circ = 400 \text{ gon} \quad (1)$$

Donde:

rot representa una rotación completa del punto observado.

El diámetro de un círculo se obtiene al trazar una línea recta que pasa los puntos que corresponden al origen, el centro y media rotación, como se muestra en la **figura 2a**.

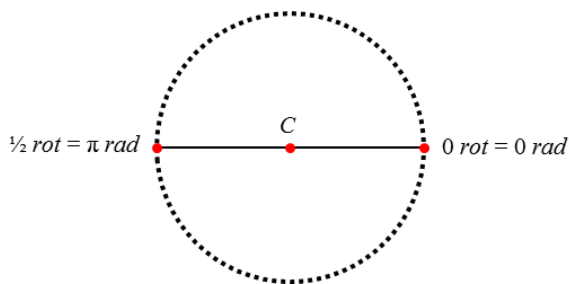


Fig. 2a Trazo del diámetro en un círculo

El diseño del teodolito hace pasar el eje X sobre el diámetro del disco horizontal, de la misma forma ocurre con el eje Y y el disco vertical.

Un teodolito tiene dos posiciones de trabajo que corresponden a los extremos del eje Z, estas se marcan con los símbolos I y II.

Para ilustrar lo anterior, considere que la **figura 2a** representa el disco horizontal de la **figura 1**, y que el telescopio del teodolito se alinea con el diámetro de la **figura 2a**.

Si el objetivo se apunta hacia el origen, en primera posición, se obtiene una lectura $L_I = 0 \text{ rad} = 0^\circ$. Ahora, suponga que gira el disco 180° y el telescopio 180° sobre el eje X, con estos movimientos se traslada el objetivo a la segunda posición y se obtiene la lectura $L_{II} = \pi \text{ rad} = 180^\circ$; esto se ilustra en **la figuras 2b y 2c**.

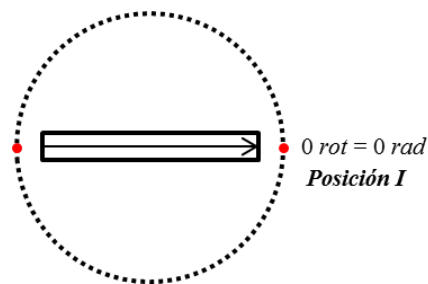


Fig. 2b Lectura en primera posición

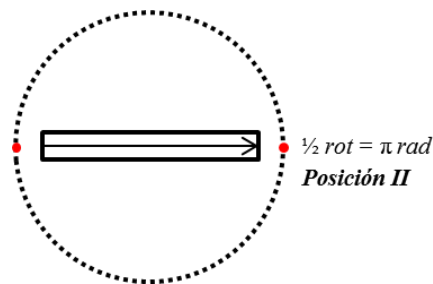


Fig. 2c Lectura en segunda posición

Lo anterior ilustra que por cada medición realizada en la posición I le corresponde una medición complementaria en la posición II. La relación entre las mediciones se conoce por las propiedades geométricas del círculo, en el ejemplo mencionado los ángulos complementarios guardan la relación que se describe en la identidad (2).

$$L_I = L_{II} - \pi \text{ rad} \quad (2)$$

En el disco vertical ocurre de la misma forma.

Las características metrológicas de las escalas circulares, pueden ser evaluadas por medio de ángulos complementarios, de tal forma que las diferencias observadas en la identidad (2) son atribuibles a desviaciones en el sistema de medida, es decir, el teodolito. Las pruebas que indica la

norma ISO 17123 parte 3 están basadas en este principio de autoconsistencia.

2.2. Procedimiento de medida primario

Un procedimiento de medida primario es el **procedimiento de medida de referencia utilizado para obtener un resultado de medida, independientemente de cualquier patrón de medida de una magnitud de la misma naturaleza** [4].

Considerando (1) que la norma ISO 17123 parte 3 describe el procedimiento para evaluar los errores observados en las escalas circulares por medio de ángulos complementarios obtenidos en puntos arbitrarios distribuidos en un trazo circular imaginario y (2) que el resultado de medida deseado es un error cero para cada punto; es razonable suponer que el procedimiento de la norma es compatible con el concepto propuesto por el Vocabulario Internacional de Metrología.

2.3. Trazabilidad

Considerando que el teodolito está diseñado para proyectar ángulos por medio de dos círculos planos, la trazabilidad de las mediciones obtenidas se logra hacia la magnitud del ángulo plano.

Es importante señalar que la autoconsistencia de las escalas circulares provee la unidad de medida para expresar el resultado.

Para ilustrar lo anterior considere lo siguiente. Si la escala circular está graduada en grados, cada marca corresponde a un arco con una longitud de 1/360 de disco, de tal forma que las lecturas complementarias de un punto cualquiera debe satisfacer la condición descrita en la identidad (2).

Si los errores de la escala se evalúan por el principio de autoconsistencia descrito en el apartado 2.1, los resultados serán reportados en las unidades de ángulo provistas por la escala, sin embargo, estas mediciones son trazables al concepto de círculo definido en la igualdad (1).

Para este caso no existe un patrón materializado externo al sistema de medida, en parte por la naturaleza del procedimiento utilizado para la evaluación y en parte porque la referencia está provista por un círculo imaginario que se construye con la rotación del teodolito en cada uno de los ejes.

2.4. Incertidumbre tipo A

Las ecuaciones (3a) y (3b) presentan las ecuaciones para calcular el error de colimación de la retícula en el eje vertical bajo la norma ISO 17123 parte 3 [2].

$$\delta_{Vi} = \frac{1}{n \times t} + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 \frac{x_{j,k,I} + x_{j,k,II} - 360^\circ}{2} \quad (3a)$$

$$\delta_V = \frac{\sum_{i=1}^4 \delta_{Vi}}{4} \quad (3b)$$

Donde

- δ_{Vi} = índice de error vertical de la serie i ;
- n = número de juegos j ;
- t = número de objetivos k para la prueba;
- $x_{j,k,I}$ = medición en el objetivo k de la serie j con el teodolito en posición I ;
- $x_{j,k,II}$ = medición en el objetivo k de la serie j con el teodolito en posición II ;
- δ_V = índice de error vertical del instrumento.

Las ecuaciones (4a), (4b) y (4c) presentan las ecuaciones para calcular el error de colimación de la retícula en el eje horizontal bajo la norma ISO 17123 parte 3 [2].

$$\begin{aligned} \text{Si } x_{j,k,I} < 180^\circ &\rightarrow e_k = x_{j,k,I} - x_{j,k,II} + 180^\circ \\ \text{Si } x_{j,k,I} \geq 180^\circ &\rightarrow e_k = x_{j,k,I} - x_{j,k,II} - 180^\circ \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\delta_{Hi} = \frac{1}{n \times t} + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^5 e_k \quad (4b)$$

$$\delta_H = \frac{\sum_{k=1}^4 \delta_{Hi}}{4} \quad (4c)$$

Donde:

- e_k = error de medida en el objetivo k ;
- δ_{Hi} = índice de error horizontal de la serie i ;
- δ_H = índice de error horizontal del instrumento.

La fuente de incertidumbre tipo A del error de colimación vertical se calcula con la varianza de los resultados de la ecuación (3a) como se muestra en la ecuación (5a), la incertidumbre estándar tipo A se calcula con la ecuación (5b).

$$s_V^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (\delta_{Vi} - \delta_V)^2}{4-1} \quad (5a)$$

$$u_V = \frac{s_V}{\sqrt{4}} \quad (5b)$$

Donde:

s_V = varianza del error de colimación vertical y
 u_V = incertidumbre estándar del error de colimación vertical.

La fuente de incertidumbre tipo A del error de colimación horizontal se calcula con la varianza de los resultados de la ecuación (4b) como se muestra en la ecuación (6a), la incertidumbre estándar tipo A se calcula con la ecuación (6b).

$$s_H^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (\delta_{Hi} - \delta_H)^2}{4-1} \tag{6a}$$

$$u_H = \frac{s_H}{\sqrt{4}} \tag{6b}$$

Donde:

s_H = varianza del error de colimación horizontal y
 u_H = incertidumbre estándar del error de colimación horizontal.

3. RESULTADOS

La **figura 3** presenta la carta de trazabilidad que se construye considerando los supuestos descritos en el apartado 2.

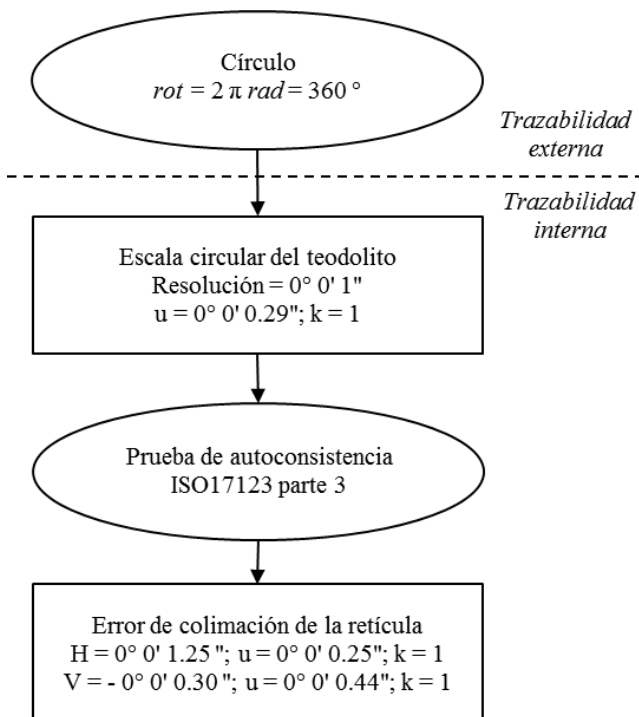


Fig. 3 Carta de trazabilidad del error de colimación de la retícula de un teodolito

Los valores que se presentan corresponden a una prueba de repetibilidad realizada a un teodolito típico.

4. DISCUSIÓN

Este trabajo formaliza la medición que se realiza del error en cero representado por la retícula del teodolito.

Bajo un enfoque heterodoxo esta medición puede ser compatible con la definición de calibración propuesta por el vocabulario internacional de Metrología.

Bajo el enfoque ortodoxo, la ausencia de un patrón de medida materializado encuentra dificultades para su presentación debido a su preponderante uso en casi todas las calibraciones que se realizan en instrumentos de medición y posee un desconocimiento significativo por parte que impide la aceptación de este método como una calibración legítima, siendo que contiene todos los requisitos necesarios e indispensables para que así pueda ser considerada.

La esencia de la existencia de la autoconsistencia a través de que el círculo es un objeto matemático que se produce al rotar un punto con respecto a un centro fijo hasta el momento que el punto regresa a la posición original, garantiza a los laboratorios poder analizar confiadamente la información que producen durante las mediciones.

El método de autoconsistencia se observa también en otros métodos de calibración, como por ejemplo en la calibración de poliedros de múltiples ángulos usando goniómetros con colimadores y autocolimadores, mesas indexadas o equipos para la medición angular con características similares o cuando se calibran estos tipos de equipos a través de los primeros. Esto se conoce ampliamente en el método de Cook para la medición de exactitud de escalas circulares, polígonos o poliedros [6]

5. CONCLUSIONES

La contextualización de la prueba de repetibilidad bajo la norma ISO 17123 parte 3 permite colocar al **círculo como el patrón de medida para un método autoconsistente** que sirve para calcular el error de colimación de la retícula de un teodolito y su incertidumbre tipo A, con resultados totalmente aceptables.

El conocimiento de métodos autoconsistentes en las pruebas para teodolitos permite a los laboratorios y usuarios de este tipo de equipos obtener información suficiente para garantizar el análisis de los datos, garantizando de esta manera la decisión sobre el desempeño de los teodolitos en pruebas en campo o en laboratorio [2].

6. REFERENCIAS

- [1] Figura tomada de <http://www.wistleralley.com>, 2012-09-25.
- [2] C. Rivera, M. Moreno, N. Montes de Oca y R. Rodríguez “Cálculo del error de colimación de la retícula en los ejes horizontal y vertical de un teodolito”, en Simposio de Metrología 2012, CENAM, pp. 702 – 705.
- [3] NMX-Z-025-IMNC-2009 “Vocabulario Internacional de metrología – Conceptos fundamentales y generales, términos asociados (VIM).
- [4] ibídem., p. 2.8
- [5] International Standard ISO 17123-3 Optics and optical instruments – Field procedures for testing geodetic and surveying instruments – Part 3: Theodolites.
- [6] INIMET, M. Taño de la Paz, S. Delgado López, M.D. Díaz Orgaz. “Comportamiento del método de Cook en la medición precisa de escalas circulares y polígonos” en Taller de Metrología, CEN-INIMET, Habana 1989.